

NICOLA MATARRESE (*)

SULLA DETERMINAZIONE DELLA CONDUCIBILITÀ IDRICA NEI TERRENI SATURI

1. PREMESSA

La conoscenza dei parametri idrologici ed idraulici che caratterizzano il movimento dell'acqua nel suolo è essenziale per lo studio e la progettazione di importanti opere di idraulica agraria, tra le quali particolare rilevanza hanno quelle di irrigazione e di drenaggio.

Notevole importanza viene attribuita alla trasmissività (KD o τ), alla porosità di drenaggio (f o μ) e, soprattutto, alla misura della *conducibilità idrica* (K) dei terreni saturi. La determinazione di questa costante può essere fatta attraverso:

- a) *metodi di laboratorio* (Stearns, 1928, Wenzel, 1942, Scheidegger, 1957, citati da Wit, 1967). Trattasi di metodi le cui procedure, pur permettendo un loro elevato grado di controllo, non possono avvalersi di campioni di terra prelevati senza pregiudizievoli alterazioni della complessa struttura del pieno campo.
- b) *metodi basati su prove di emungimento da pozzi profondi*, attestati in falde sia in pressione sia libere (Thiem, 1870, Theis, 1935, Hurr, 1966, Guitjens e Luthin, 1971 e numerosi altri AA., un'ampia bibliografia è riportata da Kruseman e De Ridder, 1970). Questi metodi richiedendo, tra l'altro, la preventiva conoscenza della profondità dell'acquifero, non sembrano di agevole impiego per la determinazione di K in

(*) Professore stabilizzato di Idraulica agraria nella Facoltà di Agraria dell'Università di Bari.

terreni saturi con falda libera e per interessi proprio del drenaggio e della irrigazione.

c) *metodi di campo*:

- c.1. *del foro trivellato o della trivella (« auger-hole »)*;
- c.2. *del tubo piezometrico*, con la parte terminale perforata e o con cavità sotto il fondo, (*Hvorslev*, 1951, *Kirkham*, 1946, *Frevert e Kirkham*, 1948, *Luthin e Kirkham*, 1949, *Johnson et al.*, 1952, *Smiles e Youngs*, 1965, *Bouwer e Rice*, 1976, *Dagan*, 1978);
- c.3. *dei due pozzi*, (*Childs*, 1952, *Childs et al.*, 1953 in *Childs*, 1969). Nel caso di anisotropia, viene proposto di misurare la conducibilità orizzontale con l'uso di due pozzi (pompando l'acqua da uno nell'altro) e quella verticale con l'impiego di un piezometro;
- c.4. *dei quattro pozzi*, (*Kirkham*, 1955). Proposto per eliminare l'effetto « occlusione » dei pozzi, che può verificarsi nel metodo precedente, se l'acqua pompata contiene materiale in sospensione che può, appunto, ostruire i pori delle pareti del pozzo in cui l'acqua viene riversata;
- c.5. *basati sulla portata dei dreni*, (*Hoffman e Schwab*, 1964, *Lembke*, 1967, *Perrier et al.*, 1972). Il metodo è applicabile in campi nei quali esiste un impianto di drenaggio progettato con le note formule del regime permanente o di quello variabile. Le relazioni vengono risolte per K , note che siano gli altri parametri, dei quali quelli essenziali, misurati nel campo, sono la portata q di ciascun dreno, per il primo caso, e la risalita della superficie di falda nel secondo. Forse potrebbe essere incluso tra i metodi di verifica;
- c.6. *basati sulla misura della fluttuazione della superficie di falda*, (*Dumm*, 1964, *Dumm e Winger*, 1964, *Skaggs*, 1976, *Tang e Skaggs*, 1977). Dato che quasi tutti i metodi per la determinazione della distanza tra i dreni richiedono la conoscenza del valore del rapporto tra la conducibilità idrica K e la porosità di drenaggio f , viene proposto di determinare direttamente K/f attraverso le misure delle fluttuazioni della falda dovute al drenaggio od alla subirrigazione. Il metodo è grafico e permette di valutare K , noto f .

Una esauriente esposizione dei metodi indicati ai punti c.1, c.2, c.3, e c.4, è stata fatta da *Luthin* (1957).

Di tutti i predetti metodi, quello del *foro trivellato* sembra essere il più semplice. Su di esso si è soffermata e si sofferma tuttora, con particolare interessamento, la letteratura specializzata.

Infatti, avviato da *Diserens* nel 1934, migliorato da *Hooghoudt* (1936) e successivamente perfezionato da *Kirkham* e *van Bavel* (1945, 1948, 1949), da *Ernst* (1950), *Johnson et al.* (1952), *Kirkham* (1955), *Maasland* e *Haskew* (1957) ed ulteriormente trattato da *van Beers* (1958), *Talsma* (1963), *Visser* (1966). Rivestito, infine, da *Boast* e *Kirkham* (1971), da *Bouwer* e *Rice* (1976) e da *Dagan* (1978).

La ragione dei ricorrenti interventi di numerosi ed autorevoli AA. trae fondamento dalla necessità di:

- a) estendere il più possibile il campo di applicabilità del metodo e delle relative formule predisposte, principalmente quelle di *Hooghoudt*, *Ernst* e *Kirkham*;
- b) stabilire una esatta teoria della percolazione nel foro;
- c) rendere « praticabile » la quantificazione dei fattori che influenzano detta percolazione.

Sembra utile, pertanto, cercare di analizzare dette metodologie e porre in evidenza i rispettivi limiti di applicazione.

2. METODO DEL FORO TRIVELLATO

In un suolo omogeneo ed isotropo, con falda libera non molto lontana dal piano campagna, si trivella un foro di dato diametro, fino ad una certa profondità al disotto della superficie di falda e dopo avervi asportata l'acqua, si misura, nel foro stesso, l'altezza dy di risalita del filo idrico dell'acqua che è affluita, nell'intervallo di tempo dt , dalla parete cilindrica e dal fondo.

2.a. Geometria del foro

La *profondità* h del foro sotto la superficie di falda (nella fig. 1 è riportato uno schema tipico dal quale si può rilevare il significato dei simboli più ricorrenti), secondo *Johnson et al.* (1952) dovrebbe essere limitata a 30-75 cm, lasciando al metodo piezometrico profondità maggiori. *Van Beers* (1958), invece, in-

- rapporto s/h compreso tra $0,05 \div 5$ (*Hooghoudt*, 1936, *Johnson et al.*, 1952, *Ernst*, 1950 (per $s \geq \frac{1}{2} h$), *Boast e Kirkham*, 1971, *Bouwer e Rice*, 1976);
- rapporto $s/h >$ di 5 (strato impermeabile considerato a profondità ∞) (*Johnson et al.*, 1952 interpolando valori di *Van Bavel e Kirkham*, 1949, *Maasland e Haskew*, 1957, *Boast e Kirkham*, 1971, *Dagan*, 1978).

2.b. Teoria del metodo

Mira a stabilire delle correlazioni, più o meno esatte, tra i parametri geometrici del foro e la velocità di risalita dell'acqua e, quindi, tra questa ed il valore della conducibilità idrica K .

In generale viene assunto che il moto dell'acqua verso un pozzo è, in ogni punto, proporzionale alla pendenza della superficie di falda in quel punto. Questa assunzione (chiamata assunzione di *Dupuit - Forchheimer*) risulta in equazioni che danno valori, approssimativi, del flusso nei pozzi, nell'ambito di un quadro poco accurato delle condizioni di moto nell'acquifero che conduce l'acqua (*Luthin e Scott*, 1952).

In tale assunzione viene considerato che la superficie di falda non si abbassa, intorno al pozzo, durante le operazioni necessarie per la misura della velocità di risalita o della velocità di afflusso.

In effetti questa teoria non può essere ritenuta del tutto esatta, dato che, in realtà, in vicinanza del pozzo la superficie di falda tende a curvarsi in depressione (*Babbitt e Caldwell*, 1948, *Van Beers*, 1970, *Kruseman e De Ridder*, 1970, e le linee di flusso sono convergenti, almeno dopo un certo tempo dallo svuotamento del pozzo stesso.

Tuttavia, se il volume di acqua evacuato è piccolo, la superficie di falda potrà essere considerata indisturbata (*Dagan*, 1978).

Inoltre, secondo *Guitjens e Luthin*, (1971) il flusso attraverso la frangia capillare può contribuire ad alimentare il pozzo.

Ne consegue la necessità di dover chiarire meglio il quadro fisico del moto, attraverso, per esempio, la conoscenza delle linee di flusso e la distribuzione del carico idraulico intorno al pozzo.

A ciò si può far fronte partendo dal presupposto essenziale

che il flusso di un fluido attraverso un mezzo poroso soddisfa l'equazione di Laplace in coordinate cilindriche (*Slichter*, 1897)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad [1]$$

in cui ϕ = carico idraulico, ossia l'altezza raggiunta dall'acqua, in un piezometro, rispetto ad un piano di riferimento, X = distanza radiale dall'asse delle Z , Z = distanza verticale lungo l'asse delle Z .

I metodi più frequentemente usati per la soluzione di tale equazione sono quelli:

- matematici;
- analisi numerica (*Luthin e Scott*, 1952);
- per successive approssimazioni (*Ernst*, 1950) « relaxation method », (*Southwell*, 1946);
- differenza tra successive iterazioni (*Shortley et al.*, 1947);
- dell'analogia elettrica (*van Bavel e Kirkham*, 1949, *Bouwer e Rice*, 1976).

Infatti, attraverso l'equazione di Laplace si può conoscere il carico idraulico ϕ e quindi il potenziale Φ ($K\phi$) e la funzione di flusso Ψ dalla quale è possibile conoscere la portata Q che entra nel foro.

3. FORMULE RISOLUTIVE DEL METODO DEL FORO TRIVELLATO

3.a. *Hooghoudt* (1936) ha considerato (*Luthin*, 1957) che la parte di afflusso orizzontale nel foro è proporzionale alla circonferenza di questo e inversamente proporzionale alla superficie della sezione orizzontale del foro stesso e cioè:

$$- \frac{\Delta y}{\Delta t} = K \frac{2\pi rh}{\pi r^2} \frac{y_t}{A} = K \frac{2h y_t}{r A} \quad [2]$$

La parte che affluisce verticalmente dal fondo del foro è, invece:

$$- \frac{\Delta y}{\Delta t} = K \frac{\pi r^2}{\pi r^2} \frac{y_t}{A} = K \frac{y_t}{A} \quad [3]$$

La velocità della risalita complessiva nel tempo Δt , è, dunque:

$$- \frac{\Delta y}{\Delta t} = \left(\frac{K 2h y_t}{r A} \right) + \left(\frac{K y_t}{A} \right) = K \left(\frac{2h + r}{r A} \right) y_t \quad [4]$$

da cui, integrando tra i limiti da $y_t = y_1$ a $y_t = y_2$ e da $t = 0$ a $t = t$;

$$\ln \left(\frac{y_1}{y_2} \right) = \frac{K (2h + r) t}{r A} \quad [5]$$

Risolvendo per K :

$$K = \frac{r A}{(2h + r) t} \ln \left(\frac{y_1}{y_2} \right) \quad [6]$$

ovvero, con i logaritmi decimali:

$$K = \frac{2,3 r A}{(2h + r) t} \log \left(\frac{y_1}{y_2} \right)$$

Se il foro termina direttamente sullo strato impermeabile, venendo a mancare l'afflusso dal fondo del foro stesso, la [6] si riduce a:

$$K = \frac{r A}{2 h t} \ln \left(\frac{y_1}{y_2} \right) \quad [7]$$

In cui, con il significativo noto dei simboli r , h e y (espressi in metri), A è un fattore di forma, espresso anch'esso in metri, legato a r , h , s , e $h - y$. *Hooghoudt* sulla base di prove fatte in cassoni di sabbia, di note caratteristiche, pose:

$$A = \frac{r \cdot h}{0,19}, \quad [8]$$

con una accuratezza di circa il 27% rispetto alle condizioni di pieno campo.

Hooghoudt si riferisce a suolo omogeneo ed isotropo e, come si è visto dalle [6] e [7] ad un foro che termina sullo strato impermeabile, oppure no. Altra assunzione dell'A., sempre secondo *Luthin* (1957), è che, durante le misure, non vi è abbassamento di falda intorno al foro. Naturalmente quest'ultima assunzione, per quanto detto in precedenza, può essere valida solo se gli svuotamenti del foro non vengono ripetuti numerose volte.

Infine, l'A. considera il flusso verso il foro semplicemente: *orizzontale* (quello che si ha lungo le pareti) e *verticale* (quello che si ha dal fondo); nella realtà le linee di flusso do-

vrebbero essere considerate curve; ciò nonostante, le due formule di *Hooghoudt* vengono considerate corrette con scarti contenuti, entro $\pm 10 \div 20\%$, se la misura della risalita Δy viene effettuata prima che l'acqua nel foro superi $1/4$ di h .

3.b. *Ernst* (1950) pone la relazione, tra la velocità di risalita e le caratteristiche geometriche ed idrauliche del foro, secondo la seguente formula empirica:

$$- \frac{\Delta y}{\Delta t} = K \frac{(h + \beta r) (2 hy - y^2)}{\alpha h r^2} \quad [9]$$

in cui, con gli altri simboli noti, α e β sono (*Visser*, 1965) costanti dipendenti dalla distanza tra il fondo del foro e la superficie impermeabile, y è la distanza tra la superficie di falda e la metà di Δy , ossia $y = y_1 - \frac{1}{2} \Delta y$.

Perciò:

$$K = \frac{\alpha h r^2}{(h + \beta r) (2 hy - y^2)} \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad [10]$$

Adoperando il metodo delle successive approssimazioni (*relaxation method*), *Ernst* ha posto:

- per $s \geq \frac{1}{2} h$:
 $\alpha = 4.000$ e $\beta = 20$,
- per $s = 0$:
 $\alpha = 3.600$ e $\beta = 10$.

Indicando, quindi, y , h , r , $s = f(C)$ (fattore di forma diverso da quello della [8]), ha elaborato, con il predetto metodo, dei grafici su carte log-normali, dalle quali, per $r = 4$ ed $r = 6$ e per $s \geq \frac{1}{2} h$ e $s = 0$, è facile leggere il valore di C per un esteso campo di valori di h e di y (*van Beers*, 1958), e risolvere, pertanto l'equazione:

$$K = C \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad [11]$$

Tali diagrammi sono stati poi modificati (*Maasland e Haskew* 1957) in modo da ottenere C in funzione di h/r e y/r (adimensionali).

Affinché l'errore non sia superiore a $\pm 20\%$ è necessario rispettare le seguenti condizioni:
 $3 < r < 7$ cm; $20 < h < 200$; $y > 0,2 h$; $s > h$ (per $\alpha = 4000$ e $\beta = 20$); $\Delta y \leq \frac{1}{4} y_1$.

Ernst richiama l'attenzione sul fatto che le misure non dovrebbero essere continuate per lungo tempo perché questa circostanza porta la superficie di falda a disporsi ad « imbuto » intorno al foro con conseguente diminuzione del valore di h ; occorre attendere cioè che il livello statico della falda si ripristini nelle sue condizioni di equilibrio naturale.

3.c. Con riferimento ad un foro totalmente penetrante nel mezzo poroso di infinita estensione orizzontale e trascurando l'abbassamento della superficie di falda intorno al foro durante le operazioni di misura, *Kirkham* e *van Bavel* (1949) hanno ottenuto una esatta soluzione della equazione di *Laplace* [1] partendo dalla analogia elettrica (*van Bavel* e *Kirkham*, 1949).

Assumendo come piano orizzontale di riferimento la superficie impermeabile e ponendo un esteso numero di condizioni limite, hanno risolto il potenziale ϕ , in ogni punto x , delle coordinate cilindriche, con l'equazione

$$\phi = h - \frac{8h}{\pi^2} \sum \frac{1}{n^2} \cos \frac{n\pi\Delta y}{2h} \frac{K_0(n\pi x/2h)}{K_0(n\pi x/2h)} \cos \frac{n\pi z}{2h} \dots \dots \dots [12]$$

con:

$n = 1, 3, 5, \dots$; $K_0(n\pi\Delta y/2h)$ funzione di *Bessel* di secondo tipo, di ordine zero e argomento $(n\pi\Delta y/2h)$; $\Delta y = h - y_1$.

Per $\phi K = \Phi$ (cm^2/s), applicando la legge di *Darcy*, la portata di q_x che attraversa radialmente una unità di area nella direzione dell'asse delle x sarà:

$$q_x = - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \text{ e nella direzione delle } z:$$

$$q_z = - \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

Sostituendo al potenziale la funzione di flusso Ψ (cm^3/s), si avrà:

$$q_x = - \left(\frac{1}{x} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad \text{e} \quad q_z = + \left(\frac{1}{x} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

da cui, dopo alcuni passaggi ed integrazioni che si omettono, si ha:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{16 r h K}{\pi} A \quad [13]$$

Ponendo $dq = \pi r^2 \Delta y$ e $dt = \Delta t$, si ottiene:

$$\frac{\pi r^2 \Delta y}{\Delta t} = \frac{16 r h K A}{\pi}, \quad [14]$$

da cui:

$$K = \frac{\pi^2 r}{16 h A} \frac{\Delta y}{\Delta t} = 0,6169 \frac{r}{h A} \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad [15]$$

Per la soluzione di questa formula, *van Bavel e Kirkham* (1949) hanno predisposto dei diagrammi in cui $\frac{A}{r}$ (adimensionale) è funzione di r/h per alcuni valori di s/h (quest'ultimo non maggiore di 1), rispettivamente per foro, all'inizio delle misure, vuoto e pieno a metà.

Johnson et al. (1952), interpolando detti valori, hanno determinato $\frac{A}{r}$ per $\frac{s}{h} = \infty$, per $\frac{h}{r} = 6 \div 13,33$ (fig. 2).

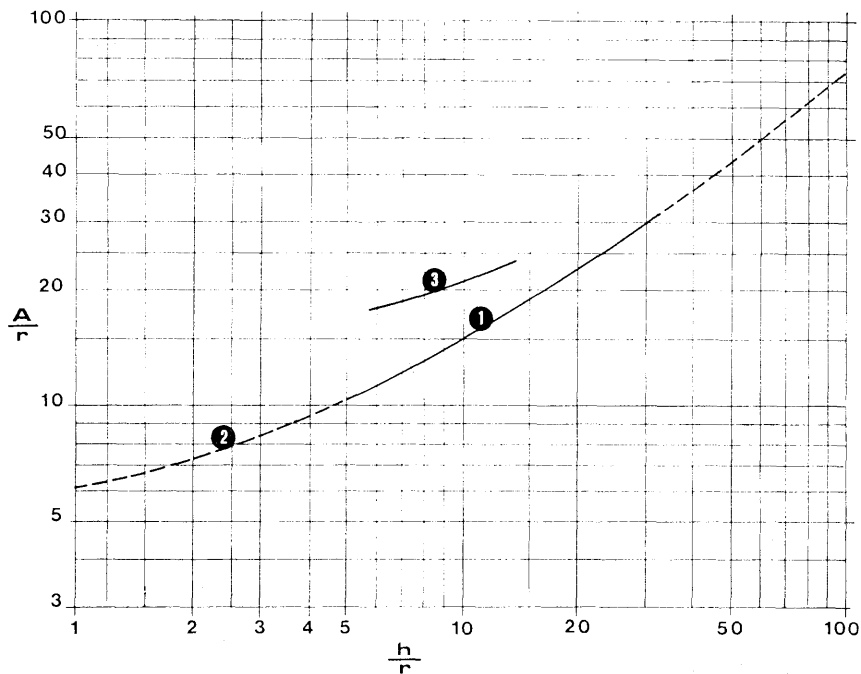


Fig. 2 - $\frac{A}{r}$ per (1) $h/r = 5 \div 33,3$ ($s/h = 0$) e per foro vuoto a $t = 0$ (*van Bavel e Kirkham*, 1949); (2) $h/r = 1 \div 5$, valori ottenuti con la formula [16]; (3) $h/r = 6 \div 13,33$, secondo l'interpolazione di *Johnson et al.* (1952) per $s/h = \infty$.

Maasland (1957) sviluppa ulteriormente la formula di *van Bavel* e *Kirkham* (1949) vedasi anche *Kirkham* (1965):

$$\frac{A}{r} = \frac{16 h}{\pi y} \left[\cos \left(\frac{\pi \Delta y}{2 h} \right) \frac{K_1 (\pi r/2 h)}{K_0 (\pi r/2 h)} - \frac{1}{3^2} \cos \left(\frac{3 \pi \Delta y}{2 h} \right) \frac{K_1 (3 \pi r/2 h)}{K_0 (3 \pi r/2 h)} + \frac{1}{5^2} \cos \left(\frac{5 \pi \Delta y}{2 h} \right) \dots \right] \quad [16]$$

viene posto cioè $\frac{A}{r} = \frac{16 h}{\pi y} f \left(\frac{\Delta y}{h}, \frac{r}{h} \right)$,

per valori di r/h da 0,0004 e 1 e per $y/h = 0,20, 0,5$ e $1,00$, sempre per $s = 0$. Il grafico, di *Maasland* (da *Luthin*, 1957, pag. 275) trasformato per valori di $\frac{h}{r}$ da 1 a 100, è riportato nella fig. 3.

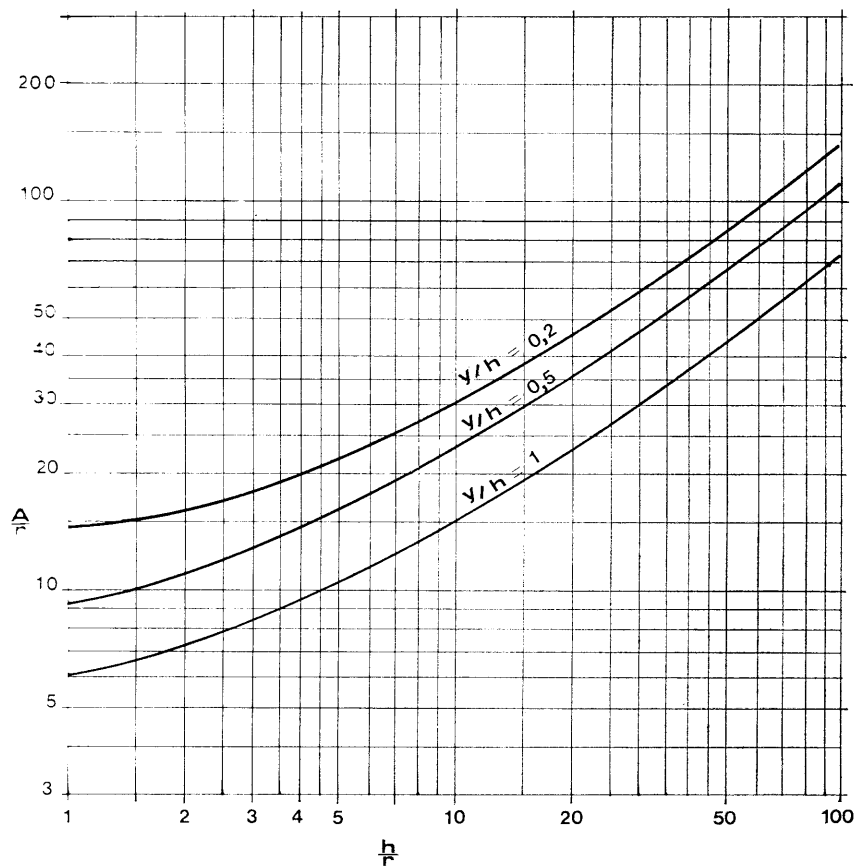


Fig. 3 - $\frac{A}{r}$ per $h/r = 1 \div 100$ ($s/h = 0$) e per: $y/h = 1,00, 0,50$ e $0,20$ (trasformato da quello di *Maasland*, 1957, ottenuto dalla [16]).

Successivamente, *Kirkham* (1958) estende la teoria sull'afflusso nel foro ai casi in cui il fondo di questo non poggia sullo strato impermeabile ma è ad una profondità uguale o minore di h . Inoltre, la teoria è sviluppata per due casi: con il foro, all'inizio delle misure di risalita, vuoto, ovvero pieno a metà. In ambedue questi casi l'A. ha trovato che circa il 20% del flusso entra dal fondo del foro. Il problema dell'afflusso in un foro trivellato attestato in un mezzo saturo di infinita profondità, con la conseguente possibilità di determinare la conducibilità idrica, senza i particolari vincoli richiamati in precedenza, viene esposta da *Boast e Kirkham* nel 1971.

In sostanza, partendo da una più estesa relazione tra la portata Q che affluisce nel foro e la conducibilità idrica K , della

[13] ossia: $Q = AK \frac{16 r h}{\pi}$, pongono:

$$Q = AKy$$

dividendo tutto per il raggio r esprimono il *fattore di forma* $\frac{A}{r}$ (adimensionale) nella seguente uguaglianza:

$$\frac{A}{r} = \frac{Q}{K y r} \quad [17]$$

Anche in questo caso, stabilito un sistema di coordinate cilindriche, con origine al centro del foro e con il piano di riferimento, per il potenziale ϕ scelto, per convenienza, in corrispondenza del livello dinamico dell'acqua nel foro stesso, « il problema matematico è trovare una funzione $\phi(r, z)$ (*) che dà il carico idraulico a ciascun punto del mezzo filtrante », ossia che soddisfi l'equazione di *Laplace* [1].

Gli AA. dividono in due la regione interessata al flusso (ϕ_I e ϕ_{II}) ed analizzano 9 condizioni limite.

Con l'impiego della funzione di *Bessel* $I_0(x)$ ed introducendo due costanti arbitrarie A_m e B_n , di non agevole praticabilità, determinano le relazioni dalle quali è possibile conoscere il potenziale ϕ in ogni punto.

Dopo alcuni passaggi, sostituzioni ed integrazioni, che qui si omettono, si può ricavare il fattore adimensionale

(*) In questo lavoro gli assi r e z vengono indicati rispettivamente con x e z per evitare confusione con r che indica il raggio del foro; la differenza $h - \Delta y$ viene qui indicata con y_t (y_1, y_2, \dots).

$$\frac{Q}{K y r} = \frac{A}{r} = 2 \pi \left[\frac{r}{2 s} - \sum_{m=1,2,\dots}^M A_m \frac{I_1(m\pi r/s)}{I_0(m\pi r/s)} + \sum_{n=1,2,\dots}^N B_n b_n \frac{1 - \cos(n\pi)}{n \pi} \right] \quad [18]$$

in cui, a parte le costanti arbitrarie A_m e B_n alle quali si è fatto cenno, $b_n = n\pi [K_1(n\pi r/h+s)] / [K_0(n\pi r/h+s)]$.

Come si può rilevare, nella [18] compare ancora s mentre gli AA. attribuiscono alla formula validità anche per $s \rightarrow \infty$. Al riguardo precisano, attraverso un grafico, che il valore di Q/Kyr diventa asintoto man mano che cresce il valore di s/h (nel grafico tale valore è di circa 24,80). Infatti, concludono che il valore di Q/Kyr per un foro trivellato in mezzo poroso molto profondo può essere interpolato, piuttosto accuratamente, dai valori calcolati per mezzi porosi, anch'essi di finita profondità, con l'aiuto del grafico che dà, appunto, circa 24,80 per un foro pieno per un quarto e con $h/r = 10$.

$$\text{Infine gli AA., ponendo } \frac{864 \pi r}{\frac{A}{r} y} = C \quad [19]$$

onde risolvere K con la [11] $K = C \frac{\Delta y}{\Delta t}$ e in m/g, quando i valori di $\Delta y/\Delta t$ sono espressi in cm/s, pubblicano una utilissima tabella, nella quale sono riportati i valori di C per sette casi di h/r (1, 2, 5, 10, 20, 50 e 100) per ciascuno dei quali C è dato per foro: vuoto, pieno per 1/4 e per 1/2. Per ognuno di questi 21 casi, il valore di C è tabulato per 9 diversi rapporti di s/h compresi in un campo da 0 a ∞ .

3.d. *Bouwer e Rice* (1976), propongono di estendere, anche al metodo del foro trivellato, l'equazione di *Thiem* (1906)

$$Q = \frac{2 \pi D (h_2 - h_1)}{\ln (r_2 / r_1)}$$

elaborata per falde in pressione.

Al riguardo modificano tale formula eliminando il fattore D (spessore dell'acquifero) e sostituendolo con h , (profondità del foro) inoltre, r_2 e r_1 , da *Thiem* indicati come le distanze dei piezometri, dall'asse del pozzo, nei quali il livello dell'acqua raggiunge le quote di h_2 e h_1 , vengono rispettivamente sostituiti da R_e , r , e y , in cui R_e è il raggio effettivo in cui si dissipa il carico y ; r può essere assimilato al raggio del foro ed $y = h - \Delta y$.

La formula proposta è dunque:

$$Q = r \pi K h \frac{y}{\ln (R_e / r)} \quad [20]$$

- Anche questa equazione si basa sull'assunzione che:
- l'abbassamento della superficie di falda intorno al foro è trascurabile;
 - il movimento verticale della frangia capillare può essere ignorato;
 - le perdite di carico di entrata nel pozzo sono trascurabili;
 - l'acquifero è omogeneo ed isotropo.

Confermato che la velocità di risalita è

$$\frac{dy}{dt} = - \frac{Q}{\pi r^2} \quad [21]$$

(si ricorda che il segno meno indica che y decresce con il crescere di t) combinando la [20] con la [21] e semplificando si ha:

$\frac{1}{y} dy = - \frac{2 K h}{r^2 \ln (R_e / r)} dt$, che può essere integrata e riferita ai limiti y_0 a $t = 0$ e y_t a $t = t$, ottenendo:

$$K = \frac{r^2 \ln (R_e / r)}{2 h} \frac{1}{t} \ln \frac{y_0}{y_t} \quad [22]$$

nella quale, per K , r , R_e ed h costanti, è costante il prodotto $\frac{1}{t} \ln \left(\frac{y_0}{y_t} \right)$.

Il fattore R_e è stato ottenuto, dagli AA., per analogia con una rete di resistenze elettriche per i diversi valori di r , h e dello spessore dell'acquifero.

Hanno quindi posto la seguente uguaglianza:

$$\ln \left(\frac{R_e}{r} \right) = \left[\frac{1,1}{\ln (h/r)} + \frac{A + B \ln (D - h)/r}{h/r} \right]^{-1} \quad [23]$$

Nella surriportata equazione empirica, A e B sono dei coefficienti adimensionali, funzione di h/r , ricavabili da un loro grafico. Quando $\ln (D - h)/r$ è più grande di 6, circostanza molto frequente, viene assunto quest'ultimo valore numerico in luogo del termine $\ln (D - h)/r$ della [23].

Gli AA., dopo aver affermato che il flusso attraverso il fondo « appare essere trascurabile » per tutti i valori di r e di h usati nella loro analisi, fanno una comparazione tra il loro metodo e quello di *Boast* e *Kirkham* (1971).

Riferiscono che i valori di K ottenuti con la [22] sono risultati essere più bassi di quelli ottenuti con la [11] quando y_t è grande e Δt è piccolo, viceversa sono più alti quando y_t è piccolo e Δt è grande.

3.e. *Dagan* (1978) analizza, insieme ad altri due, anche il metodo del foro trivellato ed assume che:

- il volume di acqua rimossa dal foro è piccolo e conseguentemente la superficie di falda rimane praticamente orizzontale alla sua quota iniziale;
- generalmente il rapporto h/r è grande, mentre K è bassa;
- la formazione acquifera è omogenea nei dintorni del foro.

Partendo dall'equazione di *Laplace* ritiene che « la soluzione del problema è raggiunta dall'assunzione che il flusso è generato, lungo l'asse del foro, da una continua distribuzione di sorgenti di ignota forza (nota procedura attribuita a *Muskat*, 1937) ».

Divide, pertanto, la lunghezza del foro in N intervalli uguali, di lunghezza $\Delta h = h/N$. La portata Q è quindi:

$$Q = \Delta h \sum_{i=1}^N q_i, \tag{24}$$

in cui q_i è la portata specifica lungo il segmento (lunghezza del foro).

Con un calcolatore elettronico ha elaborato un programma per $h/r = 100, 500, 1000, 1500$ e 2000 e $D/h = 1, 1,1$ e $1,2$ ($D =$ spessore dell'acquifero). Per ciascuna combinazione, Q è stata calcolata per 20 valori di y/h ($1, 0,95, \dots, 0$).

Trova che la portata adimensionale \bar{Q} è così definita:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{2 \pi K h \bar{y}} = \frac{Q}{2 \pi K [1 - (y/2h)]} \tag{25}$$

(\bar{y} = carico medio lungo il foro).

mentre la relazione fra tempo e y originati dall'equazione di continuità nel foro è:

$$\pi r^2 \left(\frac{dy}{dt} \right) = Q(y),$$

ovvero,

$$dt = \frac{r^2}{2 \bar{Q} K h} \frac{dy}{y [1 - (y/2h)]}$$

L'integrazione della quale porta a:

$$t - t_0 = \frac{r^2}{2 \bar{Q} K h} \ln \frac{(2h - y)/(2h - y_0)}{y/y_0} \tag{26}$$

Pertanto, la conducibilità idrica è determinata da:

$$K = \frac{r^2}{2 \bar{Q} h (t - t_0)} \ln \frac{(2h - y)/(2h - y_0)}{y/y_0} \tag{27}$$

\bar{Q} (h/r , D/h) può essere determinato: dall'uso di un programma (per es.: per $y/h = 0,05$); dall'interpolazione dei seguenti valori che, per $D/h \geq 1,2$, sono:

per $h/r =$	100,	0,256,
» » =	500,	0,181,
» » =	1000,	0,161,
» » =	1500,	0,151,
» » =	2000,	0,144;

oppure dalla formula di *Ernst* per $h/r < 100$ dato che l'A. trasforma quest'ultima in:

$$\bar{Q} = 0,216 [1 + 20(r/h)] \quad [28]$$

4. ESEMPI COMPARATIVI

Per fornire una idea, sia pure di larga massima, sui risultati ottenibili dall'applicazione delle varie formule, qui di seguito si riportano i valori della conducibilità idrica, ottenuti dopo aver reso omogenei i parametri di base e ciò con l'evidente scopo di rendere comparabili i risultati stessi (tabelle 1 e 2).

Tab. 1 - Valori di C per $h/r = 5$ e 2.

Parametri di base			Esempio di riferimento	Hooghoudt [31]	Ernst [32]	Boast e Kirkham [19]	Bower e Rice [33]
$\frac{h}{r}$	$\frac{y_t}{h}$	$\frac{y_t}{r}$					
5	0,80	4	(a)	31,03	33,33	35,8	16,57
5	0,80	2,5	(c)	49,61	42,67	39,1	26,52
2	0,50	1,6	(b)	136,43	95,45	115,0	—
2	0,50	1,0	(d)	218,28	121,21	127,6	—

Si assume cioè, per tutti i casi, che:

- il suolo è omogeneo ed isotropo,
- lo strato impermeabile si trova a grande profondità ($s = \infty$); inoltre, tenuto conto delle limitazioni d'impiego imposte dalle formule di *Hooghoudt* e di *Ernst*;

— l'altezza dell'acqua nel foro, all'inizio della misura di risalita ($t = 0$) per i primi due casi, indicati con (a) e (b), è zero ($y/h = 1$) e 0,20 ($y/h = 0,80$) per gli ultimi due, (c) e (d).

Le misure si riferiscono a ciascuna delle seguenti geometrie: $h/r = 5$ e 2 ; con $r =$ rispettivamente, a 6 e 12 cm.

Nelle predette condizioni, K dovrebbe risultare costante. Invece dalla tab. 2 si rileva una variabilità di risultati tra le diverse formule, ciò, peraltro, appare abbastanza comprensibile. Non dovrebbero verificarsi, però, marcate differenze tra i risultati ottenibili da una stessa formula, circostanza, purtroppo, riscontrabile in tutte le formule, tranne quella di *Ernst*.

Tab. 2 - Valori di $K = C \frac{\Delta y}{\Delta t}$ (in m/g).

Parametri di base			Esempio di riferimento	Hooghoudt	Ernst	Boast e Kirkham	Bower e Rice	
$\frac{h}{r}$	$\frac{y_t}{h}$	$\frac{y_t}{r}$						
5	0,80	4	(a)	2,89	3,10	3,33	1,54	
5	0,80	2,5	(c)	3,77	3,24	2,97	2,01	
2	0,50	1,6	(b)	4,77	3,34	4,03	—	
2	0,50	1,0	(d)	6,33	3,52	3,70	—	
			Medie	4,44	3,30	3,51	1,78	
scostamenti, in %, dalla media			}	+	42,57	6,67	14,81	13,28
				—	34,91	6,06	15,31	13,28

4.1. Formula di Hooghoudt

Dalla [4] si ha:

$$- \frac{\Delta y}{\Delta t} = K \frac{(2 h + r) y_t}{r A},$$

per $A = \frac{r \cdot h}{0,19}$ [8]: $- \frac{\Delta y}{\Delta t} = K \cdot 0,19 \frac{(2 h + r) y_t}{r^2 h}$ [29]

Volendo unificare questa espressione con le altre che seguiranno, rispetto al fattore di forma C ed alle unità di misura

di K (in m/g) e $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ (in cm/s), è opportuno dividere il secondo membro della [11] per 864 (86.400/100) e sostituire (*Boast e Kirkham, 1971*), ponendo:

$$K = - \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{C}{864} \quad [30]$$

con la [29] nella [30] si ha:

$$K = K_{0,19} \frac{(2h+r)y_t}{r^2 h} \frac{C}{864}, \text{ da cui:}$$

$$C = 864 \frac{h/r}{(2h/r+1)y_t/r} \frac{r}{0,19} \quad [31]$$

Ne consegue:

(a) per $\frac{h}{r} = 5$, per $\frac{y_t}{r} = \frac{0,24}{0,06} = 4$ e $r = 0,06$ ($y_1 = h$ a $t = 0$):

$C = 31,03$ e con $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ misurato in 0,093 cm/s, $K = 2,89$ m/g;

(b) per $\frac{h}{r} = 2$, $\frac{y_t}{r} = 1,6$ e $r = 0,12$ m ($y_1 = h$ a $t = 0$):

$C = 136,43$ e con $\frac{\Delta y}{\Delta t} = 0,035$ cm/s, $K = 4,77$ m/g;

(c) per $\frac{h}{r} = 5$, $\frac{y_t}{r} = 2,5$ e $r = 0,06$ m ($y_1 = 0,80$ h a $t = 0$):

$C = 49,61$ e con $\frac{\Delta y}{\Delta t} = 0,076$ cm/s, $K = 3,77$ m/g;

(d) per $\frac{h}{r} = 2$, $\frac{y_t}{r} = 1$ e $r = 0,12$ m ($y_1 = 0,80$ h a $t = 0$):

$C = 218,28$ e con $\frac{\Delta y}{\Delta t} = 0,029$ cm/s, $K = 6,33$ m/g.

4.2. Formula di Ernst

Integrata la [11] nella forma

$$C = (4000 \cdot r/y) / [(h/r + 20)(2 - y/h)] \quad [32]$$

si hanno, per i quattro esempi precedenti, i seguenti valori:

(a) $C = 33,333$; $K = 3,10$ m/g,

(b) $C = 95,454$; $K = 3,34$ » ,

(c) $C = 42,667$; $K = 3,23$ » ,

(d) $C = 121,212$; $K = 3,52$ » .

4.3. Formula di Boast e Kirkham

Dalla [19] si possono ricavare i valori di C , noti quelli di A e r . Al riguardo è stato elaborato il grafico riportato nella fig. 4 nel quale si possono trovare i valori di C della [32] e quelli ricavati dalla tab. 1 di *Boast e Kirkham* (1971), in funzione di h/r e per i 3 casi di: recipiente vuoto, riempito ad $1/4$, riempito ad $1/2$ all'inizio delle misure di risalita sempre per $s/h = \infty$.

Per $h/r = 5$ e 2 , dei casi (c) e (d), si trova, rispettivamente, $C = 40$ e 131 per $y/h = 1$; siccome nell'esempio riportato in precedenza, per questi due casi, $y/h = 0,8$, interpolando si ha: $C = 39,12$ e $127,64$.

I valori definitivi sono, dunque:

- a) $C = 35,8$; $K = 3,33$ m/g,
- b) $C = 115,0$; $K = 4,03$ » ,
- c) $C = 39,1$; $K = 2,97$ » ,
- d) $C = 127,6$; $K = 3,70$ » .

3.4. Formula di Bouwer e Rice

Dato che $\frac{dy}{dt} = -\frac{Q}{\pi r^2}$, sostituendo a Q la sua espressione, si ha: $Q = 2\pi Kh \frac{y_t}{\ln(R_e/r)}$, quindi:

$$\frac{dy}{dt} = K \frac{2 h y_t}{r^2 \ln(R_e/r)}$$

Ricordando che $K = -\frac{dy}{dt} \frac{C}{864}$, si ottiene, dopo una sostituzione:

$$C = 864 \frac{r^2 \ln(R_e/r)}{2 h y_t}, \text{ ossia:}$$

$$C = 864 \frac{\ln(R_e/r)}{2 h, r} \frac{r}{y_t} \quad [33]$$

Dato che gli elementi forniti dagli AA. permettono di determinare $\ln\left(\frac{R_e}{r}\right)$ nel campo di h/r compreso tra 4 e 1500, la comparazione è possibile solo per i casi (a) e (c) avanti descritti, per i quali il valore di $\ln\left(\frac{R_e}{r}\right)$ è dalla [23], pari a 0,767.

Pertanto:

- (a) $C = 16,57$ e $K = 1,540$ m/g,
- (c) $C = 26,51$ e $K = 2,01$ m/g.

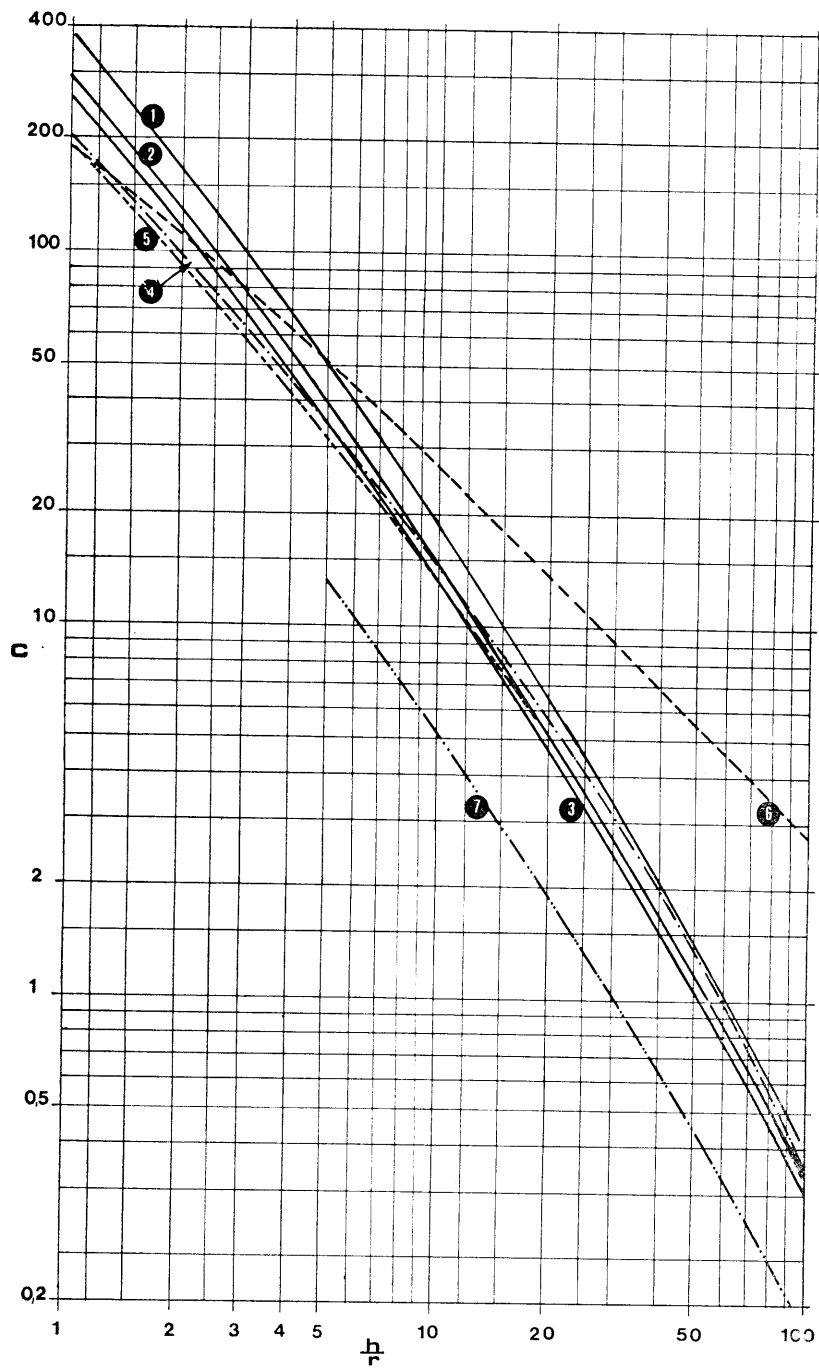


Fig. 4 - Valori del fattore C in funzione di h/r ($s = \infty$):
 (1), (2) e (3) *Boast e Kirkham* per $y/h = 0,50, 0,75$ e $1,00$,
 (4) e (5) *Ernst* dalla [32] per $y/h = 0,75$ e $1,00$,
 (6) *Hooghoudt* dalla [31] per $y/h = 1,00$,
 (7) *Bouwer e Rice* dalla [33] per $y/h = 1,00$.

4.5. *Formula di Dagan*

Non è possibile effettuare alcuna comparazione, con i casi avanti descritti, in quanto le espressioni dell'A. si riferiscono a valori di h/r compresi tra 100 e 2000 che, peraltro, appaiono lontani da un concreto interesse per l'applicazione del metodo del foro trivellato.

RIASSUNTO

Sono tracciate le linee essenziali dei più significativi contributi sulla determinazione della conducibilità idrica, nei terreni saturi, basata sul cosiddetto metodo del foro trivellato o della trivella (*auger-hole method*).

Per una comparazione dei risultati, vengono applicate, in alcuni esempi, le formule di *Hooghoudt* (1936), *Ernst* (1940), *Boast e Kirkham* (1971) e *Bouwer e Rice* (1976), rese omogenee nei parametri di base.

L'esame si riferisce a falde libere il cui strato impermeabile si trova a grande profondità e tiene conto di alcuni limiti imposti nell'impiego della maggior parte delle formule.

La conducibilità idrica K che per un terreno omogeneo ed isotropo dovrebbe essere una costante, risulta, dall'esempio, una variabile, con scostamenti, rispetto ai valori medi, non sempre accettabili per la progettazione delle opere di drenaggio e di irrigazione.

SUMMARY

Determining hydraulic conductivity of saturated soils.

This paper outlines the most significant contributions to the determination of the hydraulic conductivity in saturated soils, on the basis of the so-called auger-hole method.

After making the *Hooghoudt* (1936), *Ernst* (1940), *Boast and Kirkham* (1971) and *Bouwer and Rice* (1976) formulas homogeneous in their basic parameters, the results obtained are compared in some examples.

This study concerns unconfined aquifers whose impervious stratum is at a great depth and considers some limits imposed when using most of the formulas.

In the example, hydraulic conductivity K , which should be a constant in a homogeneous isotropic soil, turns out to be a variable with fluctuations not always acceptable, compared to the mean values, for the design of the drainage and irrigation works.

BIBLIOGRAFIA

- ABRAMOWITZ M. e STEGUN I. A., 1972 - *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, New York, 1046 p.
- BOAST C. W. e KIRKHAM D., 1971 - *Auger Hole Seepage Theory*. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 35 (3), 365-374.
- BOUWER H. e RICE R. C., 1976 - *A Slug Test for determining Hydraulic Conductivity of Unconfined Aquifers With Completely of Partially Penetrating Wells*. Water Resour. Res. 12 (3), 423-428.
- CHILDS E. C., 1969 - *An Introduction to the Physical Basis of Soil Water Phenomena*. Wiley-Interscience, London, 493 p.
- DAGAN G., 1978 - *A note on Packer, Slug, and Recovery Tests in Unconfined Aquifers*. Water Resour. Res. 14(5), 929-934.
- DUMM L. D., 1964 - *Transient-Flow concept in subsurface Drainage: its validity and Use*. Trans. of ASAE, 142-146, 151.
- DUMM L. D. e WINGER R. J., 1964 - *Subsurface Drainage System Design for irrigated Area Using Transient-Flow Concept*. Trans. of ASAE, 147-151.
- DWIGHT H. B., 1947 - *Tables of Integrals and other Mathematical data*. Macmilland New York, 250 p.
- FREVERT R. K. e KIRKHAM D., 1948 - *A field method for measuring the permeability of soil below a water table*. Highway Research Board, Proc. 28, 433-442.

- GUITJENS J. C. e LUTHIN J. N., 1971 - *Effect of soil Moisture Hysteresis on the Water Table Profile around a Gravity Well*. Water Resour. Res. 7 (2), 334-346.
- HUFFMAN G. J. e SCHWAB G. O., 1964 - *Tile spacing prediction based on drain outflow*. Trans of ASAE, 7 (4), 444-447.
- HURR T. R., 1966 - *A New Approach for Estimating Transmissibility from specific capacity*. Water Resour. Res. 2 (4), 657-664.
- HVORSLEV J. M., 1951 - *Time Lag and soil permeability in Groundwater observation*. Bull. 36, 50 p., U. S. Corps of Eng. Waterways Exp. Sta. Vicksburg Miss.
- JOHNSON H. P., FREFERT R. R. e EVANS D. D., 1952 - *Simplified Procedure for the Measurement and Computation of Soil Permeability Below the Water Table*. Agr. Eng. 283-286.
- KIRKHAM D., 1946 - *Proposed method for field measurement of permeability of soil below the water table*. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 58-68.
- KIRKHAM D. e VAN BAVEL C. H. M., 1949 - *Theory of seepage into Auger Hole*. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 75-83.
- KIRKHAM D., 1955 - *Measurement of the hydraulic conductivity of soil in place*. Symposium on Permeability of soil. Amer. Soc. Test. Mat. Spec. Tech. Pub., 163, 80-97.
- KIRKHAM D., 1958 - *Theory of Seepage into an Auger Hole Above an Impermeable Layer*. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 204-208.
- KRUSEMAN G. P. e DE RIDDER N. A., 1970. *Analysis and Evaluation of Pumping Test Data*. Bull. 11 International Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, the Netherland, 200 p.
- LEMBKE W. D., 1967 - *Observed and predicted tile flow on lake plain soil*. Trans. of ASAE 10 (1), 142-144.
- LUTHIN J. N., 1952 - *Numerical Analysis of Flow Through Aquifers Toward Wells*. Agr. Eng. 279-282.
- LUTHIN J. N., 1957 - *Measurement of Hydraulic conductivity in situ - General description of Method and Theory*. Da Luthin J. N. ed. *Drainage of Agricultural Lands* 420-439, Am. Soc. of Agr. Madison, Wisc.
- LUTHIN J. N. e KIRKHAM D., 1949 - *A piezometer method for measuring permeability of soil in situ below a water table*. Soil Sci., 349-358.
- MAASLAND N., 1957 - *Soil Anisotropy and Land Drainage*. Da Luthin J. N. ed. *Drainage of Agricultural Lands*, 272-283. Am. Soc. of Agr. Madison, Wisc.
- PERRIER E. R., MACKENZIE A. J., GRASS L. B. e SHULL H. H., 1972 - *Performance of a tile drainage System: An Evaluation of a tile design and Management*. Trans. of ASAE, 440-444.

- SHARMA T. C. e IRWIN R. V., 1977 - *Drain Discharge from a Level Agricultural Watershed*. Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE, vol. 103, 429-443.
- SMILES D. E. e YOUNGS E. G., 1963 - *A multiple-well method for determining the hydraulic conductivity of a saturated soil in situ*. J. Hydrology, 279-287.
- SMILES D. E. e YOUNGS E. G., 1965 - *Hydraulic conductivity determinations by several Field Methods in a sand tank*. Soil Sci. 99 (2), 83-87.
- SKAGGS R. W., 1976 - *Determination of the Hydraulic Conductivity-Drainable Porosity Ratio from water table measurements*. Trans. of ASAE, 19 (1), 73-80, 84.
- TALSMA T., 1963 - *Method of Measuring Water-Table Depth and Pressure Levels*. Fifth Congress on Irrigation and Drainage, Tokyo, 17.1-17.11.
- TANG Y. K. e SKAGGS R. W., 1977 - *Experimental Evaluation of Theoretical Solutions for subsurface drainage and irrigation*. Water Resour. Res., 13 (6), 957-965.
- VAN BEERS W. F. J., 1958 - *The Auger Hole Method*, 32 p. International Institute for Land Reclamation and Improvement, Bull. n. 1, Wageningen, the Netherlands.
- VISSER W. C., 1965 - *Hydrological basis of field drainage design*. Symposium on Hydrological and Technical problems of Land drainage Czechoslovak Scient. and Tecn. Soc., 193-220.
- YOUNGS E. G., 1968 - *Shape factors for Kirkham's piezometer method for determining the hydraulic conductivity of soil in situ for soil overlying an impermeable floor or infinitely permeable stratum*. Soil Sci., 106 (3), 235-237.
- WIT K. E., 1967 - *Apparatus for measuring Hydraulic conductivity of undisturbed soil samples*. Tec. Bull. 52, Institute for Land and Water Management Research, Wageningen, the Netherlands, 72-83.